アドレリアン第 17 巻第３号（通巻第 43 号）　2004 年２月

アドラー心理学の利得モデルによる数学的定式化（１）

－利得モデルの基本的概念－

角野雅芳（滋賀）

要旨：

ゲーム理論に用いられる利得モデルを心理学に適用した。利得モデルは２人の利得表と行動の選択確率と意志決定方法を規定する最適反応動学とからなる。第一部では、挨拶行動を例にして、利得モデルに用いられる用語とその概念を詳しく解説した。利得表は相手の行動に対する自分の行動が与える満足感すなわち所属感を数値化して表にしたもので、その基本的な部分はライフスタイルに相当する。利得表の利得構造は相互作用後の均衡状態を決定し、均衡状態での双方の利得は彼らの相性を決定する。最適反応動学では、個人は相手の行動状態に対する自分の期待利得を最大にするように行動するが、最適反応経路上の期待利得は常に増大するとは限らない。

Abstract

The Gain Model used in the Game Theory is applied to the Adlerian Psychology. The Gain Model is composed of two person's gain-tables, the choice robabilities of their actions and the Best Response Dynamics which defines the direction of the change in their actions. In this paper; the first of the four parts, these technical terms and concepts in this Gain Model are explained in the example of the greeting behavior. In the gain-table, some numerical values are assigned to their certain exclusive actions as gains showing their amount of satisfaction. The basic part of the gain-table contains large gains and corresponds to the Life Style. The gain-structures of the gain-tables determine their equilibrium choices after the interaction. The equilibrium-gains decide their affinity. Although two people are always supposed to respond to maximize their expectation values of the gain, they do not always increase on their optimal way.

まさに科学こそが初めて、ここに光を投じ、全課程を把握し、理解し、遂には変えることをも可能にさせるのである（Ａ．アドラー）[1)]。

キーワード：

１．はじめに

ある理論が科学的である、と言えるためには、基本原理に基づいて対象の状態変化を予測し、その予測に対して実験的に対象の状態を制御できることが必要である。定量的な予測と制御を行うためには、そのための理論が数学的に定式化できなければならないが、定性的な予測を行うた

めにも数学的定式化は役に立つ。自然科学や経済学における理論は数学的に定式化できるが、心理学における理論はそのような条件を満たし得るであろうか。

20 世紀前半にアドラー(Adler,A.)は人間行動に関して臨床的な実証に耐える科学的モデル[2)]を提案したが、そのモデルを数学的に定式化するまでには至らなかった。一方 20 世紀前半から後半にかけてフォンノイマン(von Neumann,J.)やナッシュ(Nash,J.F.)[3)]らによって、ゲーム理論が発展させられた。ゲーム理論は小人数の主体間の相互作用を数学的に記述し、それによって様々な場面で効果的な戦略決定を可能にするものである。近年、ゲーム理論は、軍事、経済のみならず、生物進化や社会規範形成[4)、5)]などの問題にも適用されている。もちろん主体的である人間の行動を自然科学的に記述することはできない。しかし、いくつかの仮定の下で人間の行動選択に関する意志決定の過程を数学的なモデルにより洞察することができる。

本論では、ゲーム理論の利得表(あるいは利得行列)を用いて、基本前提に矛盾することなく、アドラー心理学のライフスタイル論を定式化する。本論は４部から成る。[(編集部注)]第１部では、ゲーム理論の利得表について説明し、本論の利得モデルについて述べる。第２部では、利得モデルをライフスタイルの類型論に適用する。第３部では、利得表の形成、運用、固定、修正といった利得モデルの詳細について論じ、利得モデルが、アドラー心理学の基本前提に矛盾することなく、ライフスタイル論を含意することを示す。第４部では、利得モデルを親子関係の分析に適用し、本論の定式化の有効性を示す。本論の目的は、数理的なモデルにより、従来のアドラー心理学の基本概念を新しい枠組みの中で再構成することである。本論の主題は数学的定式化に関するものであるが、ここでは数式を一切用いないで、その内容を説明する。

２．利得表

利得表とは、相手が選択した行動に対して自分が選択した行動の利得(すなわち自分の満足度や不満度)を複数の排反する行動について数値化して表にしたものである。一例として身近な挨拶行動について考えてみよう。この場合、自分と相手の排反する行動の選択肢は「挨拶する」と「挨拶しない」の２つである。表１はＡさんの職場の人たちに対する利得表である。

Ａさんの利得(満足度)は、双方が挨拶をする場合が３、双方が挨拶をしない場合が２、相手が挨拶をして自分が挨拶をしない場合が１、その逆が０であった。双方が挨拶をしない場合が比較的高い利得であるのは、Ａさんにとって挨拶をしたくない相手に対して挨拶をしないでいられるのは、居心地のよい所属状況であることを示している。利得モデルでは、Ａさんは、この利得表に基づいて、相手の行動に対してできるだけ高い利得が得られるような行動を主体的に選択していると考える。

一般に利得の大きさは、その行動を指向する強さを意味する。しかしここではモデルの説明を

＜利得表Ａ＞	相手が挨拶する	相手が挨拶しない
自分が挨拶する	3	0
自分が挨拶しない	1	2

表１　Ａさんの職場での挨拶行動の利得表

目的とするので、利得は０～３の整数に限ることにする。重要なのは、利得表が行動の優先順位を決定することである。

これは挨拶行動に限った利得表であるが、一般には、あらゆる対人行動について利得表を考えることができる。つまり利得表の行動部分はライフタスクを表す。本モデルでは、人は集団の中で試みた様々な行動が与える利得を利得表に書き込み、時々整理しながら、その人が使いやすい利得表を創りあげると考える。創りあげた利得表はその人の居心地のよい所属状況を保証するための行動指針を与えるものとなる。利得表の中で、比較的利得の高い部分はその人の自己理想に対応し、それに関連した自分の行動は自己概念、相手の行動は世界像を与える。このように考えると、利得表の基本的な部分は、いわゆるライフスタイルの働きをしていると考えられる。エピソードなどを通して、いくつかの利得の高い行動を見つけ、それらの行動に共通の性質をまとめて表現することで、ライフスタイルが診断できる。第２部[編集部注]では、利得表が個人のライフスタイルを論理的に表現したり、分類するのに便利な方法となっていることを説明する。

３．均衡状態

私たちがお互いに挨拶するのは、挨拶によって自分が利得を得るからだけでなく、相手も利得を得るからである。つまりＡさん以外の職場の人々も、固有の利得表を持ち、お互いに出会う度にこの「挨拶ゲーム」を行い、いくらかの利得を得ていると考える。

表１を見ると、Ａさんは、もし相手が挨拶すれば自分は挨拶する方を選ぶことがわかる。なぜならその方が「１」より高い利得「３」が得られるからである。もし相手が挨拶しなければ、Ａさんは挨拶しない方を選ぶことが分かる。なぜならその方が「０」より高い利得「２」が得られるからである。もし相手の利得表がＡさんと同じだったら、２人の関係は、利得「３」のお互いに挨拶する関係か、利得「２」のお互いに挨拶しない関係のどちらかになることがわかる。つまり双方が最大利得「３」を期待しているにもかかわらず、それは必ずしも実現するとは限らないのである。

ゲーム理論では、この２つの状態はナッシュ均衡にあると言う。ナッシュ均衡とは、お互いに相手の行動に対して自分の利得が最大になる行動を選択している時の２人の行動の選択肢の組のことをいう[3)]。つまりこのゲームには、（自分が挨拶する、相手が挨拶する）と（自分が挨拶しな

＜利得表Ｕ＞	相手が挨拶する	相手が挨拶しない
自分が挨拶する	U_{11}	U_{12}
自分が挨拶しない	U_{21}	U_{22}

表２　挨拶行動の利得表の利得Ｕ

＜利得表Ｂ＞	相手が挨拶する	相手が挨拶しない
自分が挨拶する	2	0
自分が挨拶しない	3	1

表３　Ｂさんの職場での挨拶行動の利得表

い、相手が挨拶しない)と言う２つのナッシュ均衡状態がある。どのような場合に２つの均衡状態のどちらが実現されるかを明らかにするためには、後で示すように、このようなゲームに動学(ダイナミックス)を導入する必要がある。

４．利得構造

ここでは利得表の各列の数値の大小関係の組み合わせを利得構造と呼ぶ。後で述べるように利得構造は均衡状態すなわち対人関係のあり方を決定する。２行２列の利得表の場合、対人関係のあり方を決定する利得構造の種類は４種類ある。なぜなら相手の２種類の行動に対して、本人に２種類の選択肢があるからである。表２のように挨拶行動の利得表の各成分を U11 〜 U22 で表すと、具体的には、

タイプ１：$U_{11} > U_{21}$かつ$U_{12} > U_{22}$
タイプ２：$U_{11} > U_{21}$かつ$U_{12} < U_{22}$
タイプ３：$U_{11} < U_{21}$かつ$U_{12} > U_{22}$
タイプ４：$U_{11} < U_{21}$かつ$U_{12} < U_{22}$

なる４つの利得構造がある。それらをタイプ１〜タイプ４と名づけることにしよう。Ａさんの利得表は、「３＞１かつ０＜２」なので、タイプ２に属する。

次に表３にこれとは異なる利得構造を有するＢさんの利得表を示す。

Ｂさんの利得表は「２＜３かつ０＜１」なので、これはタイプ４に属する。Ｂさんは、相手の行動に関わらず、自分は挨拶をしない。なぜならその方が相対的に高い利得「３」あるいは「１」が得られるからである。すべての人がＢさんと同じ利得表を有しているのであれば、この職場で挨拶する人は誰もいないはずである。しかもこれはすべての人が低い利得「１」しか得られない不幸な状況である。

５．均衡利得

利得モデルでは、対人関係の相性を考えることができる。相性は双方の均衡利得で決まる。ここで均衡利得とは均衡状態での利得値のことを意味する。ＡさんとＢさんの場合、Ｂさんは、Ａさんの行動に関わらず、挨拶をしない。この時(つまりＢさんが挨拶しない時)、Ａさんの利得表を見ると、Ａさんは、挨拶すれば利得「０」、挨拶しなければ利得「２」が得られるので、「挨拶しない」を選択する。従って均衡状態は双方が「挨拶しない」状態である。従って、Ａさんの均衡利得は「２」、Ｂさんの均衡利得は「１」である。ところで利得の平均値は 1.5 である。従って、挨拶行動において、ＡさんはＢさん対して不満はないが、ＢさんはＡさんを不満に思っていると考えられる。

表４にＣさんの利得表を示す。Ｃさんの利得表は「３＞２かつ１＞０」なので利得構造はタイプ１である。

ＡさんとＣさんの場合、Ｃさんは、Ａさんの行動に関わらず、挨拶をする。Ａさんは、Ｃさんが挨拶するときは、より利得の高い「挨拶する」を選択する。従って均衡状態は双方が挨拶する状態であり、双方の均衡利得は「３」である。 ＡさんとＣさんはお互いに満足し合う関係にあると

＜利得表C＞	相手が挨拶する	相手が挨拶しない
自分が挨拶する	3	1
自分が挨拶しない	2	0

表4 Cさんの職場での挨拶行動の利得表

言える。

６．最適反応動学

２人の利得表が与えられたとき、双方の挨拶をする確率はどのように変化するであろうか。AさんとCさんは、挨拶をする確率が初期には低くても、最終的には均衡状態に達して、挨拶をする確率はお互いに１になるはずである。そのような運動を与える動学として、ここでは最適反応動学を導入する。最適反応動学の下では（一定の短い期間に自分が挨拶をする確率を変えないで、相手の挨拶をする確率を観察した後で）、双方が、相手が挨拶をする確率に対して自分の期待利得が最大となるように、自分が挨拶をする確率を一定の速さで変化させるように行動する。期待利得とは、次節で詳しく説明するが、確率的に利得のある行動を選択する時に得られる利得の期待値である。

図１に挨拶行動におけるAさんとCさんの最適反応経路図を示す。最適反応経路図とは、Aさんが挨拶をする確率 P_AとCさんが挨拶をする確率 P_CをそれぞれX軸とY軸に表した時に、挨拶行動の状態を表す点（P_A、P_C)が、最適反応によって、任意の位置から出発して時間と共に均衡状態まで運動した時にできる代表的な経路線を運動方向を示す矢印を付けて示した図のことである。

以下に最適反応経路図の書き方を具体的に説明しよう。まず挨拶確率が 0.5 以上か、0.5 未満であるかで、図１の様に確率空間を４つの領域に分ける。なぜなら、ここでは詳しく説明しないが、各領域の内部では最適反応の方向が同じであるからである。例えば、領域１では挨拶確率 P_Aと P_Cは $0.5 \leqq P_A \leqq 1$ かつ $0.5 \leqq P_C \leqq 1$ を満たす。状態(P_A、P_C)が領域１にある場合の最適反応の方向は、領域１ではAさんとCさんは挨拶をする確率が高いので、「挨拶をする」と見なすことで求めることができる。Cさんが挨拶する時、Aさんの利得表を見ると、Aさんは挨拶すれば利得「３」、挨拶しなければ利得「１」が得られるので、当然Aさんは挨拶する。Aさんが挨拶する時、Cさんの利得表を見ると、Cさんは挨拶すれば利得「３」、挨拶しなければ利得「２」が得られるので、Cさんも挨拶することが分かる。従って、状態(P_A、P_C)は、領域１にある限り、双方が共に挨拶する状態（１、１）の方向に変化する。

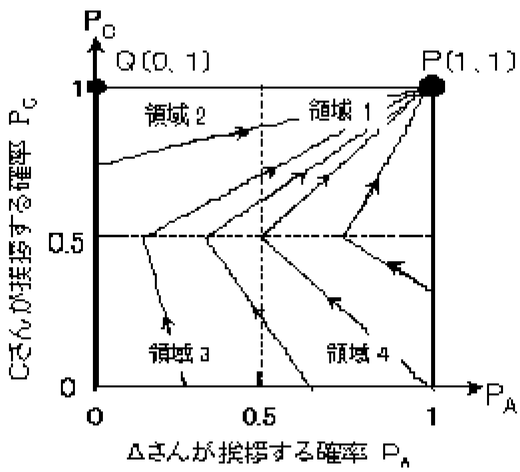

図１
挨拶行動におけるAさんとCさんの最適反応経路図

状態(P_A、P_C)が領域２にある場合、Aさ

んは挨拶しないが、Ｃさんは挨拶をすると見なすことができる。先ほどと同じように、Ｃさんが挨拶する時にＡさんは挨拶する。Ａさんが挨拶しない時は、Ｃさんの利得表を見ると、Ｃさんは挨拶すれば利得「１」、挨拶しなければ利得「０」が得られるので、Ｃさんは挨拶することが分かる。従って、状態(P_A、P_C)は、領域２にある限り、双方が共に挨拶する状態(１、１)に向けて変化する。

状態(P_A、P_C)が領域３にある場合、ＡさんもＣさんも挨拶しないと見なすことができる。先ほどと同じように、Ａさんが挨拶しない時は、Ｃさんは挨拶する。Ｃさんが挨拶しない時は、Ａさんの利得表を見ると、Ａさんは挨拶すれば利得「０」、挨拶しなければ利得「２」が得られるので、Ａさんは挨拶しない。従って、状態(P_A、P_C)は、領域３にある限り、「Ａさんは挨拶しない」かつ「Ｃさんは挨拶する」状態(０、１)に向けて変化する。

状態(P_A、P_C)が領域４にある場合、Ａさんは挨拶するが、Ｃさんは挨拶しないと見なすことができる。これまでの結果から、Ａさんが挨拶する時にはＣさんは挨拶する、Ｃさんが挨拶しない時にはＡさんは挨拶しない。従って、状態(P_A、P_C)は、領域４にある限り、状態(０、１)に向けて変化する。

具体的な最適反応経路はこれらの４つの領域での振る舞いから決定される。仮に状態(１、０)から出発したとしよう。状態(１、０)は領域４にあるので、状態は(１、０)から(０、１)に向けて変化する。ただし中央点(0.5、0.5)を超えて領域２に入ったら、状態は(0.5、0.5)から(１、１)に向けて変化する。領域３および領域４にある任意の状態は、最初(０、１)を目指して変化するが、中央線(P_C=0.5)を越えると、均衡点(１、１)を目指す。つまりこれは、Ｃさんは常に挨拶するのに対して、Ａさんは、Ｃさんが挨拶しない間は、挨拶しないが、中央線(P_C＝ 0.5)を越え、Ｃさんが挨拶し始めると、Ａさんも挨拶し始めることを表している。

最適反応経路図は双方の利得構造で決まる。２行２列の利得表の場合には、４つの利得構造があるので、最適反応経路図は 16(＝４×４)通りある。図４に利得構造の４タイプの均衡状態に至る最適反応経路図を示す。タイプ１(あるいはタイプ４)とタイプ２(あるいはタイプ３)の最適反応経路は折れ曲がるが、タイプ１同士、タイプ４同士では折れ曲がりがない。タイプ２同士、タイプ３同士では均衡点が２つに分裂する。タイプ２とタイプ３では渦巻き状に中央に収束する経路を示す。

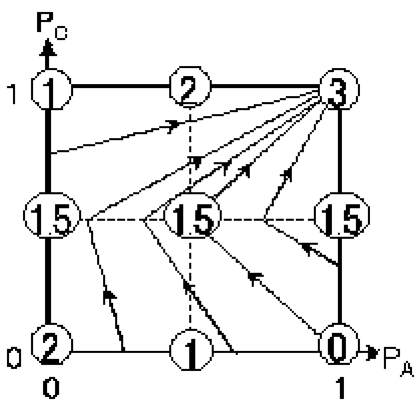

図２　Ａさんの期待利得分布

$U_A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ の場合

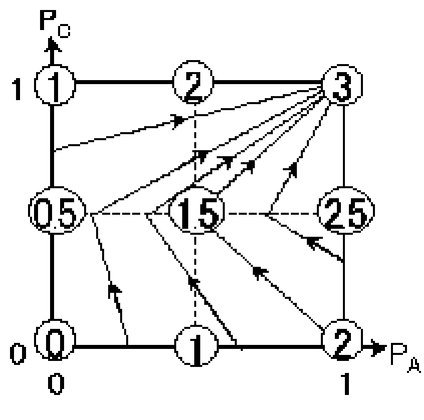

図３　Ｃさんの期待利得分布

$U_A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ の場合

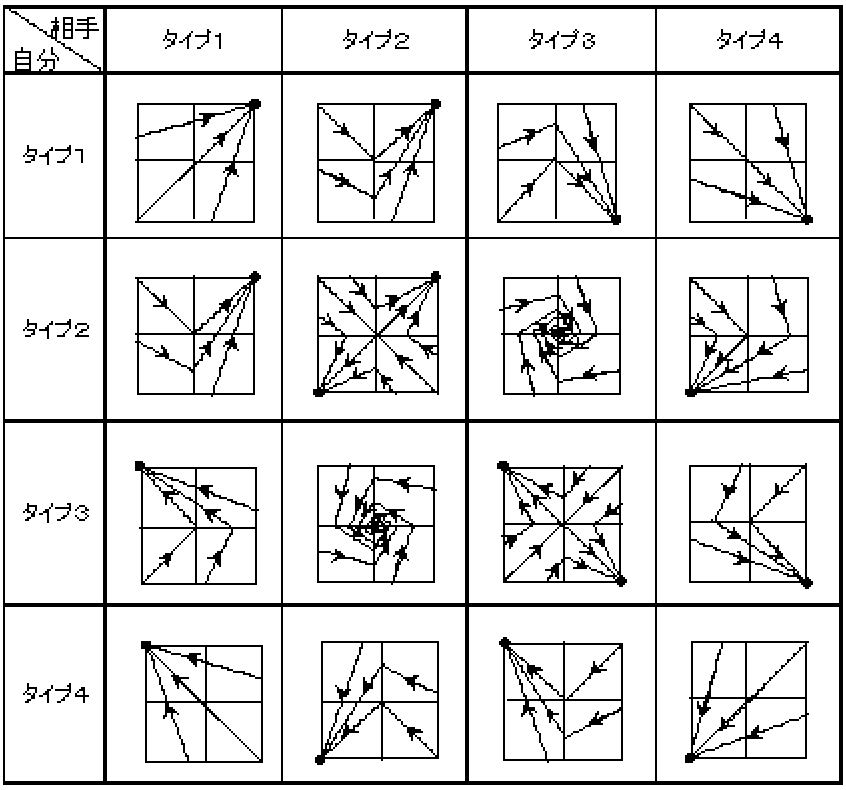

図４
利得構造の４つのタイプの均衡状態に至る最適反応経路図

７．期待利得

期待利得とは、利得表を有する２人がそれぞれある確率(P_A、P_C)で利得のある行動をしている時に、各々が得られる利得の期待値である。任意の確率(P_A、P_C)での期待利得を期待利得分布と言う。図２と図３にそれぞれＡさんとＣさんの(代表的な点における)期待利得分布を示す。以下にこの期待利得分布を簡単に得る方法を示す。

正方形で表される確率空間(P_A、P_C)の４つの頂点での期待利得は利得表の４つの数値に対応する。まずＡさんの利得表の４つの数字を 90 °右回りに回転させる。それによって左上にあった利得「３」は右上に、右上にあった利得「０」は右下に、右下にあった利得「２」は左下に、左下にあった利得「１」は左上に移動する。そしてこれらの利得値をそのまま４つの頂点にあてはめればよい。すなわち右上の利得「３」を（１、１）に、右下の利得「０」を（１、０）に、左下の利得「２」を（０、０）に、左上の利得「１」を（０、１）に対応させる。

期待利得が与えられた確率空間(P_A、P_C)上の２点の中間点における期待利得は、２点の期待利得の平均値で与えられる。従って期待利得分布は、４つの頂点での期待利得から出発して、次々と平均値を求めることで得られる。例えば、確率空間(P_A、P_C)上の２点（０、１）と（１、１）の中間点(0.5、１）でのＡさんの期待利得は、（０、１）上の利得「１」と（１、１）上の「３」の平均値「２」で与えられる。このような平均操作を任意の２点について実行し続けることで、期待利得分布を求めることができる。図２の場合、中央線(P_C＝ 0.5)での期待利得は 1.5 であることが分かる。

図３のＣさんの期待利得分布は、Ｃさんの利得表の非対角位置にある利得「１」と「２」を入れ替えてから、同様に４つの数字を 90 °右回りに回転させて、確率空間(P_A、P_C)の４つの頂点にあてはめて得ることができる。

ＡさんとＣさんが最適反応で関わっている時、彼らの満足度はどのように変化しているだろうか。多くの場合、期待利得は上昇傾向を示すが、興味深いことに、部分的に期待利得が低下することもある。例えば、図２で状態（１、０）から(0.5、0.5)に向けて変化する過程では、Ａさんの期待利得は０から 1.5 に増加しているが、図３から分かるように、その時のＣさんの期待利得は２から 1.5 に減少している。これは、従来の「相対的マイナスの状態から相対的プラスの状態に単調に運動する」という考えは、必ずしも成立しないことを示している。

また利得モデルは、従来の「ライフスタイルとライフタスクが行動を決定する」というモデルより、現実的なモデルであると思われる。なぜならば、最適反応過程は、行動の変化が、利得表だけでなく、双方の行動履歴にも依存しているからである。

本利得モデルの最適反応過程は、長期間頻繁に相互作用を行う場合で、比較的遅い無意識的な変化過程を想定しており、意識的な速い選択は確率空間での初期条件を与えると考える。複数の均衡状態が存在する場合、実現される均衡状態は確率空間での初期位置（初期条件）に依存する。その場合は、双方が話し合うなどの意識的な選択により、均衡利得の低い状態を避けることができると考えられる。従って、社会慣習分析で問題となる均衡状態の初期条件依存性[5)] が、本モデルでは深刻な問題とはならない。

利得モデルに用いられる動学には、最適反応動学に限らず、完全予見動学といったものも考えられる。後者は、将来の状態を見込んだ最適反応を扱える点で優れている。

８．まとめ

ゲーム理論に用いられる利得モデルを心理学に適用した。利得モデルは２人の利得表と行動の選択確率と意志決定方法を規定する最適反応動学とからなる。第一部である本論では、挨拶行動を例にして利得モデルに用いられる用語とその概念を詳しく解説した。利得表は相手の行動に対する自分の行動が与える満足感すなわち所属感を数値化して表にしたもので、その基本的な部分はライフスタイルに相当する。利得表の利得構造は相互作用後の均衡状態を決定し、均衡状態での双方の利得は彼らの相性を決定する。最適反応動学では、個人は相手の行動状態に対する自分の期待利得を最大にするように行動するが、最適反応経路上の期待利得は常に増大するとは限らない。

参考文献

１）アドラー ,A.：（高尾利数訳）：人間知の心理学：春秋社 , p.95, 1987.<Adler,A.：Menschenkenntnis. Hirzel, Leipzig,1927.>

２）前掲 , p.21,

３）Nash,J.：Non-Cooperative Games. Annals of Mathematics 54：p.286-295, 1951.

４）Matsui,A.：Best Response Dynamics and Socially Stable Strategies. Juornal of Economic Theory 57：p.342-362, 1992

５）尾山大輔、松井彰彦：社会ゲームの理論．今井晴雄、岡田章：ゲーム理論の新展開．勁草書房 , p.57-83, 2002.

編集部注）本論は４部構成であるが今号は一部のみ掲載した。

補足A ：最適反応動学(Best Response Dynamics)の数学的定義

簡単のためにプレイヤーが２人の場合の最適反応動学の定義を数学的に示す。自分の利得行列をＵ、相手の利得行列をＶ、自分の状態ベクトルを x(t)、相手の状態ベクトルを y(t)と表す。この時、最適反応動学では、系の状態（x(t),y(t)）は、

$$dx(t)/dt = -\lambda\,\{x(t) - k(t)\}\ \text{for}\ k(t) \in BR[U,\ y(t)] \quad \cdots(A\text{-}1)$$

$$dy(t)/dt = -\lambda\,\{y(t) - h(t)\}\ \text{for}\ h(t) \in BR[V,\ x(t)] \quad \cdots(A\text{-}2)$$

なる連立方程式に従って運動する。ここでλは、状態変化の速さを表す利得に依存しない定数である。BR［U,y(t)］は、利得Ｕの下での状態 y(t)に対する最適反応状態の集合であり、

$$BR[U,y(t)] \equiv \{k(t) \in S \mid \forall x \in S;\ y(t)Uk(t) \geqq y(t)Ux\} \quad \cdots(A\text{-}3)$$

で定義される(BR は Best Response の略)。ここで S は要素の和が 1 の状態ベクトルの集合を表す。集合 BR［U, y(t)］は、与えられた相手の状態ベクトル y(t)に対する自分の最適反応状態ベクトル k(t)からなる集合、すなわち、どんな自分の状態ベクトル x が与える期待利得 y(t)Ux よりも高い期待利得 y(t)Uk(t)を与える自分の状態ベクトル k(t)からなる集合である。この方程式の解(x(t), y(t))を最適反応経路と呼ぶ。上の連立方程式は、プレイヤーの状態(x(t), y(t))が、プレイヤーの利得行列Ｕ、Ｖと状態に依存する最適状態(k(t),h(t))を目指して変化することを示している。具体的には、

(1) 時刻 t での自分の状態 x(t)は、相手の状態 y(t)に対して自分の利得が最大になる最適反応状態 k(t)に向かって、一定の速さλで変化する。
(2) 時刻 t での相手の状態 y(t)は、自分の状態 x(t)に対して相手の利得が最大になる最適反応状態 h(t)に向かって、一定の速さλで変化する。

ことを意味する。

この動学では、双方の初期の状態ベクトルが与えられると、安定な均衡状態まで一定の速さで変化する。一般に均衡状態は、利得行列によって決まり、複数存在する。つまり最大利得ではない均衡状態があり得る。どの均衡状態に収束するかは、双方の状態ベクトルの初期値で決まる。最適反応経路は、必ずしも期待利得を最大化する方向ではない。なぜなら個人は、相手の行動によっては、高い利得を与える自分の行動が取れなくなるからである。この定式化では数学的な均衡点を達成するには無限の時間がかかるので、実用的な均衡状態は数学的な均衡点の近傍を意味すると考える。

更新履歴

2012 年 12 月 1 日　　アドレリアン掲載号より転載